

Příklady

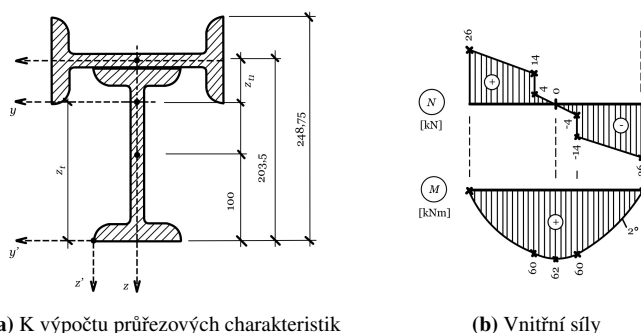
1] Posuďte zda maximální normálové napětí překročí návrhovou pevnost $f_d = 210$ MPa. Průřez je složený ze dvou profilů I200 s průřezovými charakteristikami:

- $A = 3,34 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$
- $I_y = 21,4 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4$
- $I_z = 1,16 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4$

Pro složený průřez se nejprve musí určit svislá poloha osy y (vzhledem k symetrii půlí osa z průřezu). K pomocné ose y' se pomocí statického momentu jednotlivých částí průřezu určí poloha těžiště z_t

$$z_t = \frac{203,75 \cdot A + 100 \cdot A}{2A} = \frac{203,75 + 100}{2} = 151,875 \text{ mm}$$

Z obr. 2a poté vyplývá, že vzdálenosti dílčích těžišť jednotlivých průřezů se sobě rovnají



(a) K výpočtu průřezových charakteristik

(b) Vnitřní síly

Obrázek 2: Průřez a průběhy vnitřních sil

$$z_{t1} = z_{t2} = 51,875 \text{ mm}$$

a pomocí Steinerovy věty lze určit moment setrvačnosti složeného průřezu

$$I_y = 21,4 \cdot 10^{-6} + 3,34 \cdot 10^{-3} \cdot 0,05187^2 + 1,16 \cdot 10^{-6} + 3,34 \cdot 10^{-3} \cdot 0,05187^2 = 40,536 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^4$$

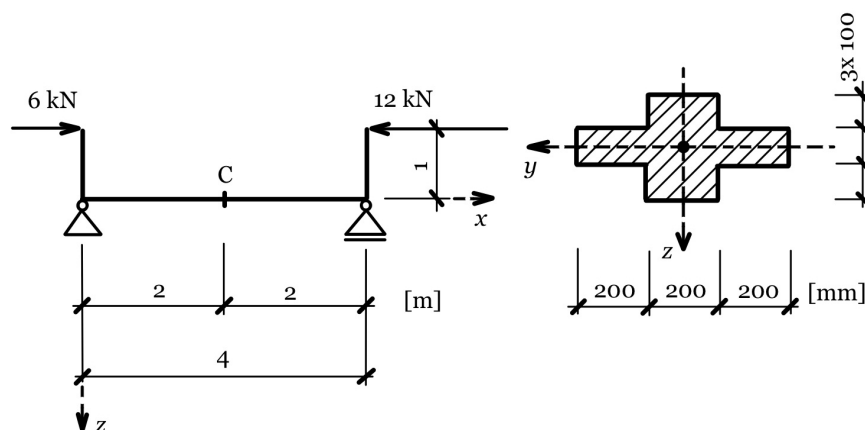
Z průběhů vnitřních sil na obr. 2b plyne, že maximální ohybové namáhání nastává v polovině délky nosníku a hodnota maximálního momentu je $M_{max} = 62$ kNm. Maximální napětí je vzhledem k poloze těžiště na dolní pásnici průřezu a jeho hodnota je

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max} z_t}{I_y} = \frac{62 \cdot 10^3 \cdot 0,151875}{40,536 \cdot 10^{-6}} = 232,29 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{max} > f_d$$

Průřez nevyhoví.

2 Vykreslete průběhy normálových napětí σ_x po výšce průřezu v řezu ©.

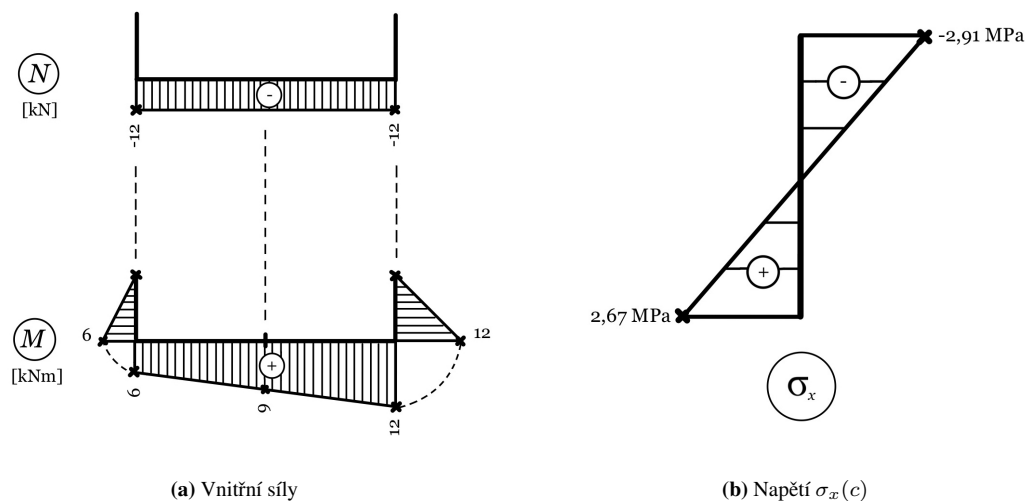


Obrázek 3: Zadání

Pro zadané zatížení se nejprve musí určit průběhy normálové síly N a ohybového momentu M . Z obr. 4a je pak patrné že hodnota normálové síly v řezu © má hodnotu $N(c) = -12$ kN a ohybový moment v témže řezu má hodnotu $M(c) = 9$ kNm.

Průřezová plocha má velikost $A = 2 \cdot 0,2 \cdot 0,1 + 0,2 \cdot 0,3 = 0,1$ m² a moment setrvačnosti I_y se určí následovně

$$I_y = \frac{1}{12} 0,2 \cdot 0,3^3 + 2 \frac{1}{12} 0,2 \cdot 0,1^3 = 48,33 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4$$



Obrázek 4: Průběhy vnitřních sil normálových napětí

Normálové napětí na horních vláknech $\sigma_x^h(c)$ a na dolních vláknech $\sigma_x^d(c)$ se určí pomocí vztahu

$$\sigma_x = \frac{N}{A} \pm \frac{M}{I_y} z \quad (1)$$

Vzhledem k dvouosé symetrii průřezu je $z = 0,15$ m a dosazením do (1) získáme

$$\sigma_x^h(c) = \frac{-12 \cdot 10^3}{0,1} - \frac{9 \cdot 10^3}{48,33 \cdot 10^{-5}} 0,15 = -2,9132 \text{ MPa}$$

$$\sigma_x^d(c) = \frac{-12 \cdot 10^3}{0,1} + \frac{9 \cdot 10^3}{48,33 \cdot 10^{-5}} 0,15 = 2,6733 \text{ MPa}$$

3] Vykreslete průběhy normálových napětí σ_x po výšce průřezu v řezu ©.

Nejprve je zapotřebí zjistit hodnoty vnitřních sil v zadaném průřezu a proto se vyčíslí hodnoty reakcí. Z následujících podmínky se určí hodnota vodorovné reakce v levé podpoře

$$\sum F_{i,x} = 0 \quad (2)$$

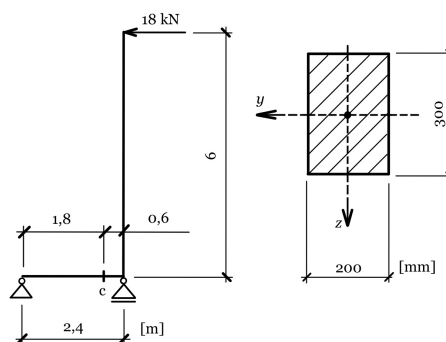
Dosadíme-li pak získáme

$$R_{a,x} = 18 \text{ kN}$$

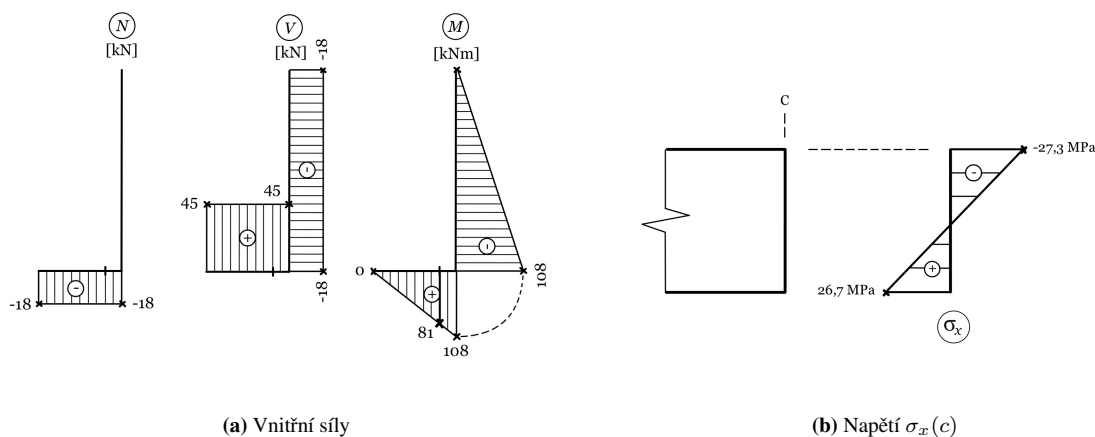
Svislé reakce v podporách musí rušit moment způsobený horizontální silou 18 kN a tvoří proto dvojici sil. Jejich velikost tedy můžeme určit takto

$$R_{a,z} = R_{b,z} = \frac{18 \cdot 6}{2,4} = \frac{18 \cdot 6}{2,4} = 45 \text{ kN}$$

Hodnota normálové síly v zadaném průřezu má dle obr. 6a hodnotu $N_c = -18$ kN a ohybový moment v daném místě má hodnotu $M_c = 45 \cdot 1,8 = 81$ kNm.



Obrázek 5: Zadání



Obrázek 6: Průběhy vnitřních sil a normálových napětí

Hodnoty normálových napětí $\sigma_{x,h}$ pro horní vlákna a $\sigma_{x,d}$ pro dolní vlákna se určí dle vztahů

$$\sigma_{c,x,h} = \frac{N_c}{A} + \frac{M_c}{I_y} \left(-\frac{h}{2}\right) \quad (3)$$

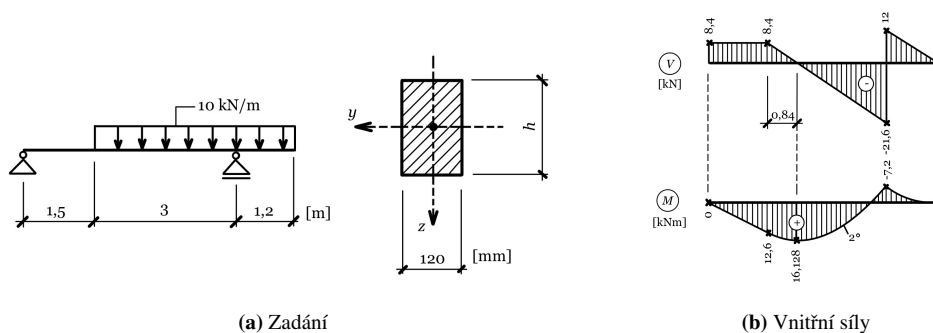
$$\sigma_{c,x,d} = \frac{N_c}{A} + \frac{M_c}{I_y} \left(\frac{h}{2}\right)$$

Po dosazení získáme

$$\sigma_{c,x,h} = \frac{-18 \cdot 10^3}{0,2 \cdot 0,3} + \frac{81 \cdot 10^3}{\frac{1}{12}0,2 \cdot 0,3^3} (-0,15) = -27,3 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{c,x,d} = \frac{-18 \cdot 10^3}{0,2 \cdot 0,3} + \frac{81 \cdot 10^3}{\frac{1}{12}0,2 \cdot 0,3^3} (0,15) = 26,7 \text{ MPa}$$

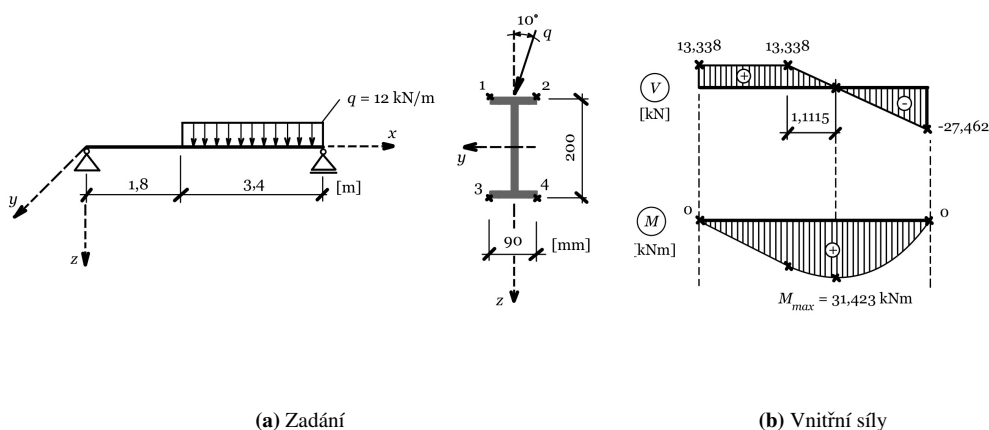
4 Navrhňte výšku nosníku tak, aby nebylo překročeno maximální normálové napětí σ_x . Uvažujte návrhovou pevnost materiálu $f_d = 12 \text{ MPa}$.



Obrázek 7: Zadání a průběhy vnitřních sil

4 výsledky: $h = 259 \text{ mm}$

5 Nosník s průřezem válcovaného I profilu I200 je zatížen spojitým rovnoměrným zatížením působícím pod sklonem 10° od svislé roviny xz . Určete největší tahové napětí σ_x na nosníku a ve kterém bodě průřezu (1,2,3,4) nastane. Momenty setrvačnosti zadaného průřezu jsou $I_y = 21,4 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4$ a $I_z = 1,16 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4$.



Obrázek 8: Zadání a průběhy vnitřních sil

5 výsledky: maximální tahové namáhání bude v bodě 3 o velikosti $\sigma_x = 356,282 \text{ MPa}$